

Заочная олимпиада

Олимпиада выполняется дома.

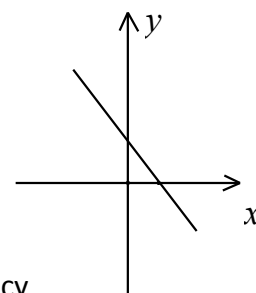
Время на решение ограничено только сроком отправки задания.

Можно решить не все пункты в заданиях. Но важно, чтобы ваши решения были хорошо проверены и аккуратно записаны! Можно написать свои гипотезы, даже если их не получается обосновать.

Из заданий 1, 2, 3 надо решать любые два по вашему выбору!

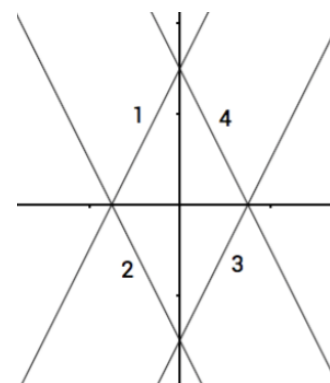
1. Линейные функции.

а) Дан график функции $y=kx+b$ (рисунок справа). Определите знаки k и b (больше или меньше 0). Ответ обоснуйте.



б) По графику из пункта а) нарисуйте эскиз графика $y=bx+k$. Можно ли найти абсциссу пересечения этих двух графиков, если их нарисовать в одной плоскости? Ответ обоснуйте.

в) Дан график функции $y=-2x+3$ и еще три графика (все вместе образуют ромб, рисунок справа). Напишите функции, соответствующие этим трем графикам. Ответ обоснуйте.



г) Даны четыре функции: $y=kx+b$, $y=kx-b$, $y=mx+b$, $y=mx-b$. Их графики пересекаются и образуют четырехугольник. Определите вид этого четырехугольника и найдите координаты точки пересечения его диагоналей. Подсказка: попробуйте сначала понять ответ на примерах конкретных чисел k , m , b .

2. Симметрия.

Точки P , Q , R - вершины **разностороннего** (неравностороннего) треугольника. Отметьте на плоскости точку S так, чтобы множество точек $\{P, Q, R, S\}$ имело **ось** симметрии. Сколькими способами можно это сделать? Перечислите все варианты и постарайтесь объяснить, почему других нет.

3. Числа.

Можно ли выписать по кругу несколько различных чисел (можно и дробные, и отрицательные), так чтобы каждое равнялось

а) сумме двух своих соседей?

б) половине суммы двух своих соседей?

в) произведению двух своих соседей?

Если можно – приведите пример. Если нельзя – объясните почему. (См. дальше!)

г) На доске написано в ряд сто чисел. Известно, что каждое, кроме первого и последнего, является произведением двух соседних с ним. Первое число 7. Какое число последнее?

д) Сколько чисел может быть в кругу в задачах а), б), в)? Почему?

Задания 4 надо выполнить всем!

4. Падение башни из кубиков.

Если аккуратно уронить башню из кубиков на достаточно большое горизонтальное поле, то кубики будут раскатываться довольно характерным образом: расстояния между кубиками хорошо повторяются от падения к падению.

а) Определите уравнение, которое описывает расстояния между кубиками (или от первого кубика до каждого другого).

б) Проверьте, сохраняется ли его вид при изменении поверхности, на которую падают кубики (например, твердый пол/ковёр).

в) Предложите гипотезу, объясняющую вид уравнения, описывающего расстояние между кубиками.

Удобнее всего использовать небольшие деревянные кубики с ребром 4-7 см. Кубиков должно быть не меньше девяти (лучше больше). Для большей повторяемости следует аккуратно и плавно поворачивать нижний кубик вокруг горизонтальной оси, пока вся конструкция не упадет. Можно использовать другие одинаковые объекты с примерно равными шириной-высотой-глубиной, например, большие гайки, но это значительно усложняет проведение эксперимента.

График на компьютере и на бумаге равноценны.